

کد کنترل

288

E



نام:
نام خانوادگی:

محل امضا:



«اکثر دانشگاه اصلاح شود مملکت اصلاح می‌شود»
امام خمینی (ره)

صبح جمعه

۱۳۹۶/۱۲/۴

دفترچه شماره (۱)

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
سازمان سنجش آموزش کشور

آزمون ورودی دوره دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۳۹۷

رشته مهندسی برق - مخابرات (کد ۲۳۰۲)

مدت پاسخگویی: ۱۵۰ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤالات

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	مجموعه دروس تخصصی: ریاضیات مهندسی - مسارهای الکتریکی ۱ و ۲ - الکترومغناطیس - سیگنال‌ها و سیستم‌ها	۴۵	۱	۴۵

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ و تکرار و انتشار سؤالات به هر روش الکترونیکی و ... را پس از برگزاری آزمون برای اعضای انجمن علمی و حلقه تنها یا مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با نقضین بر این مقررات رفتار می‌شود.

* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات جدول ذیل، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب با شماره داوطلبی در جلسه این آزمون شرکت می‌نمایم.

امضا:

۱- تابع متناوب f در یک دوره تناوب به صورت $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq a \\ 2a - x, & a < x < 2a \end{cases}$ ، تعریف شده است. سری فوریه

مثلاثی این تابع کدام است؟

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \quad (1)$$

$$\frac{a}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} + \frac{2a}{n\pi} \sin \frac{n\pi x}{a} \right] \quad (2)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{\pi^2 (2n-1)^2} \cos \frac{(2n-1)\pi x}{a} \quad (3)$$

$$\frac{a}{2} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2a}{n^2 \pi^2} \cos \frac{n\pi x}{a} \quad (4)$$

۲- به ازای کدام مجموعه مقادیر از α جواب معادله زیر، شکل نوسانی خواهد داشت؟

$$\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} + \alpha u_t + u = 0 & 0 < x < 1, \quad t > 0 \\ u(0, t) = u(1, t) = 0 & \forall t > 0 \\ u(x, 0) = f(x) & u_t(x, 0) = g(x); \quad 0 < x < 1 \end{cases}$$

$$[-\sqrt{1+\pi^2}, \sqrt{1+\pi^2}] \quad (1)$$

$$[-2\sqrt{1+\pi^2}, 2\sqrt{1+\pi^2}] \quad (2)$$

$$(-\infty, 4+4\pi^2) \quad (3)$$

$$(-\infty, 2+2\pi^2) \quad (4)$$

۳- با جایگزینی $u(x, y) = w(x, y)e^{-(bx+ay)}$ ، معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی مرتبه دوم $u_{xy} + au_x + bu_y + cu = 0$ ، به کدام صورت در می آید؟

$$e^{-(bx+ay)} w_{xy} + (c-ab)w = 0 \quad (۱)$$

$$w_{xy} + (c-ab)e^{-(bx+ay)} w = 0 \quad (۲)$$

$$w_{xy} + (c+ab)w = 0 \quad (۳)$$

$$w_{xy} + (c-ab)w = 0 \quad (۴)$$

۴- برای پاسخ مسئله $\begin{cases} u_{tt} - u_{xx} = 0 & 0 < x < \frac{\pi}{4}, t > 0 \\ u(x, 0) = \sin x, u_t(x, 0) = \cos x \\ u_x(0, t) = 0, u(\frac{\pi}{4}, t) = 0 \end{cases}$ ، حاصل عبارت $u(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ ، کدام است؟

$$\sqrt{2} \quad (۱)$$

$$\sqrt{2} + 1 \quad (۲)$$

$$2\sqrt{2} \quad (۳)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۴)$$

۵- در میله‌ای به طول $L = \pi$ ، معادله حرارت با شرایط زیر داده شده است. دمای u در زمان $t = 1$ و مکان $x = \frac{L}{4}$ ، کدام است؟

$$\begin{cases} u_t = u_{xx} \\ u(0, t) = u(L, t) = 0 \\ u(x, 0) = \sin(\frac{4\pi}{L} x) \end{cases}$$

$$e^{-4} \quad (۱)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-1} \quad (۲)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} e^{-4} \quad (۳)$$

$$e^{-1} \quad (۴)$$

۶- می‌دانیم $f(z)$ یک تابع تام و $\operatorname{Re}[f(z)] = u(x, y) = \alpha_1 x^2 + \alpha_2 x^2 y + \alpha_3 xy^2 + \alpha_4 y^2 + \beta_1 x + \beta_2 y$ است. در این صورت روابط بین ضرایب α_k و β_k در حالت کلی کدام است؟

$$\alpha_4 = -3\alpha_1, \alpha_3 = -3\alpha_2, \beta_1, \beta_2 \text{ دلخواه} \quad (۱)$$

$$\alpha_4, \alpha_1 \text{ صفر و بقیه ضرایب دلخواه} \quad (۲)$$

$$\alpha_4, \alpha_3 \text{ صفر و بقیه ضرایب دلخواه} \quad (۳)$$

$$\alpha_k \text{ ها صفر, } \beta_1, \beta_2 \text{ دلخواه} \quad (۴)$$

۷- مکان هندسی نقاطی از صفحه مختلط که در رابطه $\left| \frac{z-1+i}{2z-3i} \right| = \frac{1}{2}$ صدق می کنند، کدام است؟

(۱) بیضی

(۲) خط مستقیم

(۳) دایره

(۴) هذلولی

۸- حاصل انتگرال زیر روی مسیر بسته C (دایره به مرکز مبدأ و شعاع واحد)، کدام است؟

$$I = \oint_C \operatorname{Re}\{z\} + i \operatorname{Im}\{z^2\} dz$$

(۱) π

(۲) $i\pi$

(۳) $i\frac{\pi}{2}$

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۹- اگر C مرکز $z=3$ در جهت مثلثاتی باشد، آنگاه مقدار انتگرال $\oint_C \frac{dz}{z^2 \sin z}$ ، کدام است؟

(۱) πi

(۲) $2\pi i$

(۳) $\frac{\pi i}{2}$

(۴) $\frac{\pi i}{3}$

۱۰- مقدار مانده تابع مختلط $f(z) = \frac{1}{\sin^2(z)} + \frac{1}{1-\cos(z)}$ در نقطه $z=0$ ، کدام است؟

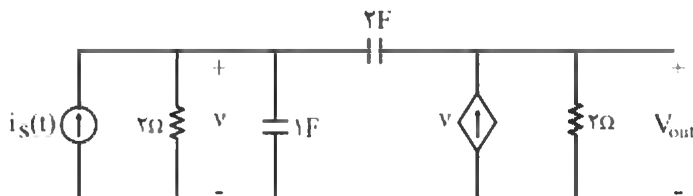
(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{6}$

(۴) ۱

۱۱- اعمال کدام ورودی $i_s(t)$ به مدار زیر، فقط فرکانس های طبیعی مدار را در خروجی ظاهر می کند؟



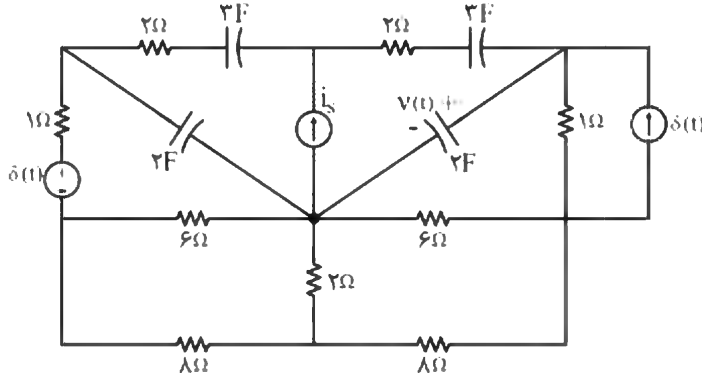
(۱) $e^{-\infty/25t} u(t)$

(۲) $e^{-\infty/5t} u(t)$

(۳) $e^{-t} u(t)$

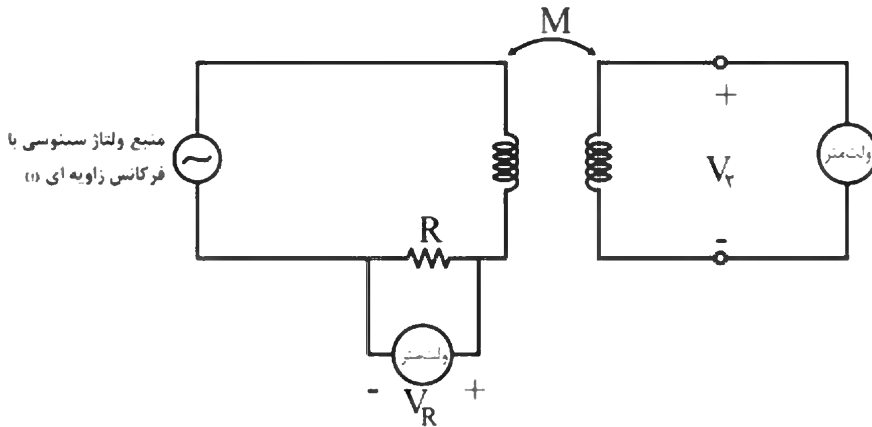
(۴) $e^{-2t} u(t)$

- ۱۲- در مدار زیر، منبع جریان ورودی، $i_s = 2\delta(t)$ ، و شرایط اولیه صفر است. کدام گزینه برای معادله ولتاژ خازن ۲ فارادی $v(t)$ صحیح است؟



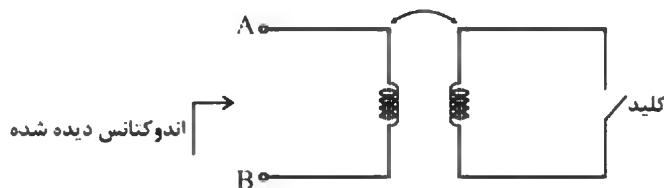
- (۱) $\frac{3}{5}e^{-\frac{t}{5}}u(t)$
 (۲) $-\frac{3}{5}e^{-\frac{t}{5}}u(t)$
 (۳) $\frac{4}{5}e^{-\frac{t}{5}}u(t)$
 (۴) $-\frac{4}{5}e^{-\frac{t}{5}}u(t)$

- ۱۳- برای اندازه‌گیری اندوکتانس متقابل M در آزمایشگاه، اندازه‌گیری‌های ولتاژ به صورت زیر انجام شده است. مقدار M برابر کدام است؟



- (۱) $\frac{R}{\omega} \left| \frac{V_r}{V_R} \right|$
 (۲) $\frac{2R}{\omega} \left| \frac{V_R}{V_r} \right|$
 (۳) $\frac{R}{\omega} \left| \frac{V_r}{V_R} \right|$
 (۴) $\frac{R}{\omega} \left| \frac{V_R}{V_r} \right|$

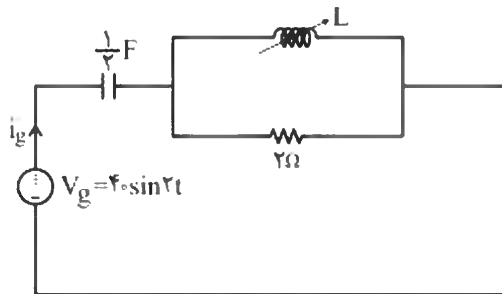
- ۱۴- برای اندازه‌گیری ضریب تزویج k یک جفت سلف تزویجی از مدار زیر استفاده شده است. اندازه اندوکتانس دیده شده از دو سر A و B، در حالتی که کلید بسته است، برابر L_{sc} و در حالتی که کلید بسته است، برابر L_{oc} است. مقدار ضریب تزویج k ، کدام است؟



- (۱) $\sqrt{1 - \frac{L_{oc}}{L_{sc}}}$
 (۲) $1 - \frac{L_{oc}}{L_{sc}}$
 (۳) $1 - \frac{L_{sc}}{L_{oc}}$
 (۴) $\sqrt{1 - \frac{L_{sc}}{L_{oc}}}$

۱۵- در مدار زیر، مقدار اندوکتانس سلف L قابل تنظیم چقدر باشد تا در حالت دائمی سینوسی جریان i_g با ولتاژ v_g

هم‌فاز باشد؟ در همین حالت دامنه i_g چقدر است؟



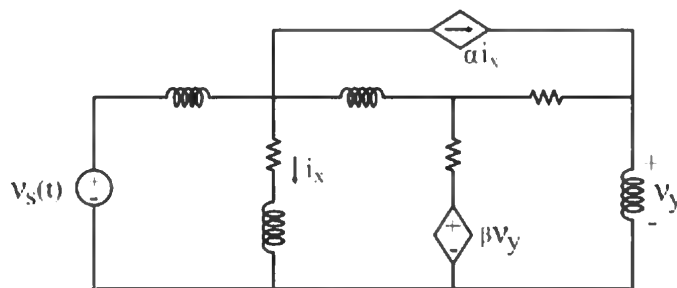
(۱) $20\text{ A}, 2\text{ H}$

(۲) $40\text{ A}, 2\text{ H}$

(۳) $40\text{ A}, 1\text{ H}$

(۴) $20\text{ A}, 1\text{ H}$

۱۶- در شکل زیر، اگر مقادیر همه سلف‌ها و مقاوم‌ها دوبرابر شوند و منابع وابسته ثابت باشند، مقادیر α و β را چگونه تغییر دهیم تا ولتاژ شاخه‌های شبکه، بدون تغییر باقی بماند و جریان شاخه‌ها نصف شود؟



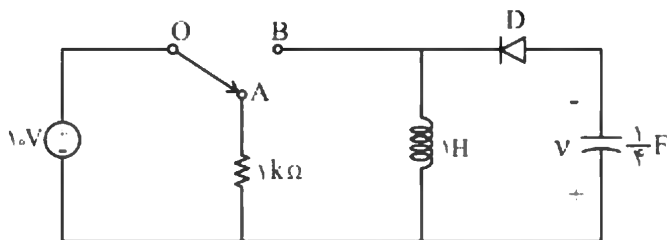
(۱) α ثابت و β دوبرابر شود.

(۲) α دوبرابر و β ثابت باشد.

(۳) α و β هر دو دوبرابر شوند.

(۴) α و β ثابت بماند.

۱۷- در مدار زیر، دیود D ایدئال و کلید در وضعیت OA می‌باشد. با شرایط اولیه صفر اگر کلید به مدت ۲ ثانیه در وضعیت OB قرار گیرد و سپس به وضعیت قبلی برگردد، پس از چند ثانیه (بعد از قرار گرفتن مجدد کلید در وضعیت OA) انرژی‌های ذخیره شده در سلف و خازن یکسان خواهد بود؟



(۱) $\frac{\pi}{8}$

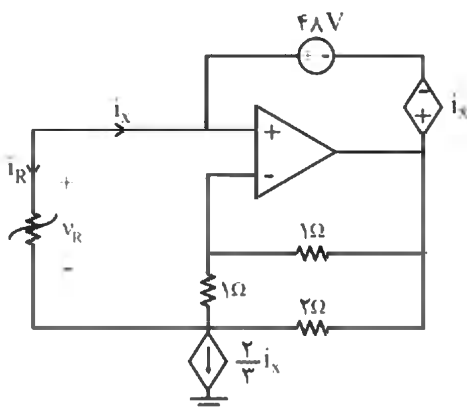
(۲) $\frac{\pi}{4}$

(۳) $\frac{3\pi}{4}$

(۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۸- در مدار زیر مقاومت غیرخطی R با مشخصه $v_R = 6i_R^2 - \frac{2}{3}i_R$ توصیف می‌شود. با فرض این‌که تقویت‌کننده

عملیاتی ایدئال باشد، جریان i_x چند آمپر است؟



(۱) -4

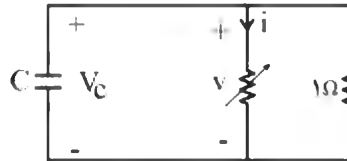
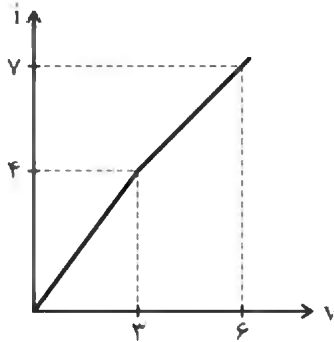
(۲) -2

(۳) 0

(۴) $\frac{2}{18}$

۱۹- خازن $C = 5 \mu\text{F}$ را به‌طور موازی با یک مقاومت ۱ اهم و یک مقاومت غیرخطی با مشخصه زیر متصل کرده‌ایم.

ولتاژ اولیه خازن $V_C(0^-) = 5\text{V}$ است. زمان لازم برای رسیدن ولتاژ خازن به 3V کدام است؟



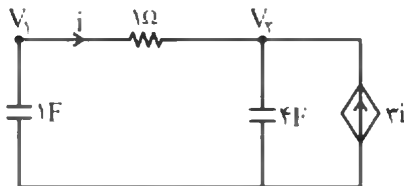
(۱) $\frac{1}{4} \ln\left(\frac{9}{5}\right)$

(۲) $\frac{1}{4} \ln\left(\frac{11}{5}\right)$

(۳) $\frac{1}{4}$

(۴) $\frac{1}{4} \ln\left(\frac{13}{11}\right)$

۲۰- اگر $V_1(0^+) = 5\text{V}$ و $V_2(0^-) = -5\text{V}$ باشد، جریان i در مدار زیر برای $t > 0$ کدام است؟



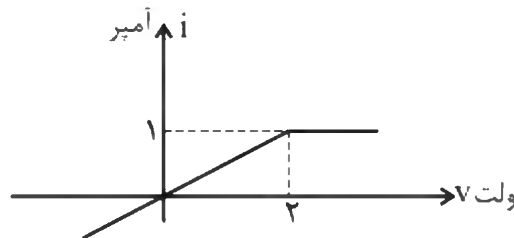
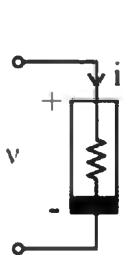
(۱) $10e^{-5t}$

(۲) $10e^{-0.8t}$

(۳) $10e^{-2t}$

(۴) ۰

۲۱- اگر $v(t) = \frac{3}{4} \cos 6t$ باشد، توان متوسط مصرف‌شده در یک دوره تناوب در مقاومت غیرخطی $v-i$ ، چند وات است؟



(۱) صفر

(۲) $\frac{1}{4}$

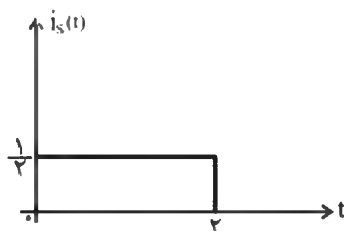
(۳) $\frac{9}{16}$

(۴) ۱

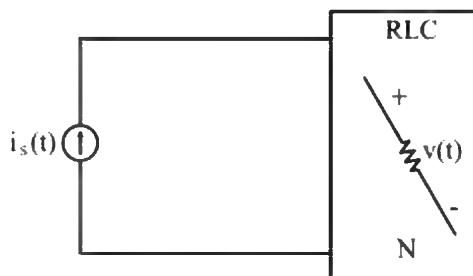
۲۲- در مدار زیر، دوقطبی N یک مدار RLC است. هرگاه $i_s(t) = e^{-2t}u(t)$ باشد، ولتاژ حالت صفر،

$v(t) = (e^{-t} - e^{-2t})u(t)$ به‌دست می‌آید. ولتاژ حالت صفر $v(t)$ برای $0 < t < 2$ به ورودی $i_s(t)$ در شکل ب

کدام است؟



شکل (ب)



شکل (الف)

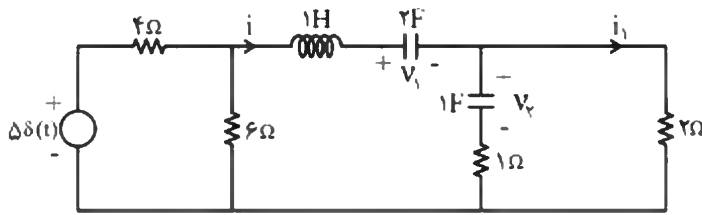
(۱) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-t}$

(۲) $1 - \frac{1}{2}e^{-t}$

(۳) $e^{-t} - e^{-2t}$

(۴) $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t}$

۲۳- در مدار زیر شرایط اولیه به صورت $v_1(0^-) = 2V$ ، $v_2(0^-) = 4V$ و $i(0^-) = 2A$ است. $i_1(0^-)$ چند آمپر است؟



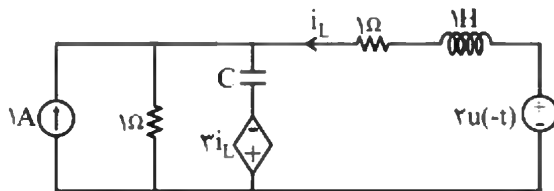
(۱) ۳

(۲) ۲

(۳) ۴

(۴) ۶

۲۴- در مدار زیر، مقدار $\frac{d^2 i_L}{dt^2}(0^+)$ کدام است؟



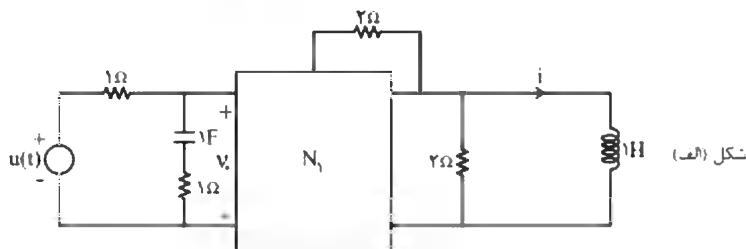
(۱) +۴

(۲) +۳

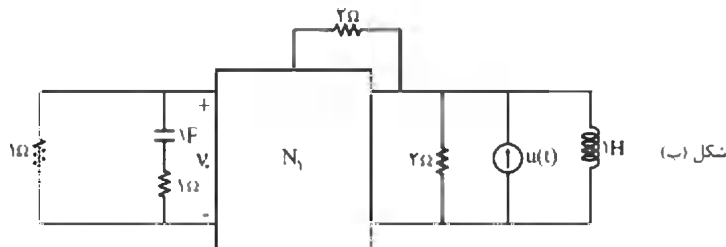
(۳) -۳

(۴) -۴

۲۵- در مدار (الف) جریان حالت صفر $i = (2e^{-t} - 3e^{-4t} + 1)u(t)$ را داریم. در مدار (ب) $v_1(t)$ در حالت صفر کدام است؟



شکل (الف)

(۱) $(-2e^{-t} + 12te^{-4t})u(t)$ (۲) $(2e^{-t} - 3e^{-4t})u(t)$ (۳) $(2te^{-t} - 3e^{-4t})u(t)$ (۴) $(-2e^{-t} + 12te^{-4t})u(t)$ 

شکل (ب)

۲۶- پوسته‌ای کروی به مرکز مبدأ مختصات و به شعاع a دارای توزیع بار سطحی با چگالی $\sigma(\theta, \varphi) = \sigma_0 \sin \theta \cos \varphi$ است که σ_0 مقداری ثابت است و θ و φ متغیرهای مختصات کروی هستند.

پتانسیل الکتریکی ناشی از این توزیع بار در نقاط بسیار دور از کره، با کدام گزینه بیان می‌شود؟

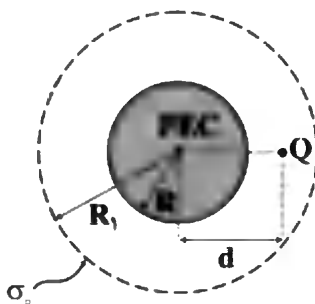
$$(1) \frac{\sigma_0 a^3 \sin \theta \cos \varphi}{3\epsilon_0 r^3}$$

$$(2) \frac{\sigma_0 a^3 \sin \theta \cos \varphi}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$(3) \frac{\sigma_0 a^3 \cos \theta \sin \varphi}{3\epsilon_0 r^2}$$

$$(4) \frac{\sigma_0 a^3 \sin \theta \cos \varphi}{3\epsilon_0 r}$$

۲۷- بار نقطه‌ای Q مطابق شکل زیر به فاصله d از مرکز یک کره رسانای بدون بار و مجزا به شعاع R در فضای آزاد مفروض است. بار کروی پوسته‌ای به چگالی سطحی ثابت σ_0 (کولمب بر مترمربع) به صورت هم‌مرکز با کره رسانا و به شعاع R_1 ، $(R_1 > d > R)$ حول این مجموعه قرار داده می‌شود. اختلاف کار لازم برای تشکیل این پوسته بار نسبت به کار لازم برای ساختن آن در فضای خالی، کدام است؟



(1)

$$(2) \frac{\sigma_0 Q R_1^2}{\epsilon_0 d}$$

$$(3) \frac{\sigma_0 Q R_1^2}{\epsilon_0 (d - \frac{R^2}{d})}$$

$$(4) -\frac{\sigma_0 Q R_1^2}{2\epsilon_0 d}$$

۲۸- خازن استوانه‌ای هم‌محور بسیار طویل به شعاع رسانای داخلی a و شعاع رسانای بیرونی c ، در فضای آزاد مفروض است. ناحیه $a < r < b < c$ از یک توزیع ثابت دوقطبی‌ها با بردار قطبش الکتریکی $\vec{P} = k\vec{r}$ پر شده است. محور ساختار منطبق بر محور z و $\vec{r}$ بردار مکان در دستگاه استوانه‌ای است. اگر رساناهای داخلی و بیرونی اتصال کوتاه شوند، چگالی بار آزاد در واحد طول رسانای داخلی چقدر است؟

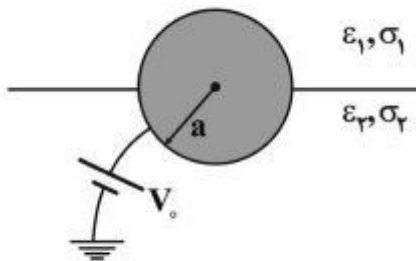
$$\frac{k\pi(b^2 - a^2)}{\ln(\frac{c}{a})} \quad (۱)$$

$$\frac{k\pi a^2(b^2 - a^2)}{c^2 - b^2} \quad (۲)$$

$$\frac{ka^2 \ln(\frac{b}{a})}{\ln(\frac{c}{a})} \quad (۳)$$

$$۰ \quad (۴)$$

۲۹- الکتروود رسانای کاملی به شکل کره با شعاع a به صورت متقارن، بین دو نیم فضا با رسانایی ویژه و گذردهی الکتریکی σ_1 و ϵ_1 و σ_2 و ϵ_2 قرار گرفته است. این الکتروود به پتانسیل V_0 نسبت به بی‌نهایت وصل می‌شود. اگر چگالی بار آزاد سطحی روی کره در نیمه واقع در محیط ۱ را با ρ_{s1} و چگالی بار آزاد سطحی در نیمه واقع در محیط ۲ را با ρ_{s2} نشان دهیم، نسبت $\frac{\rho_{s1}}{\rho_{s2}}$ کدام است؟



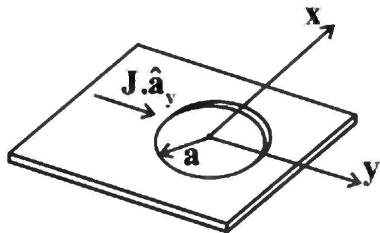
$$\frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \quad (۱)$$

$$\frac{\epsilon_1 \sigma_2}{\epsilon_2 \sigma_1} \quad (۲)$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad (۳)$$

$$\frac{\epsilon_1 \sigma_1}{\epsilon_2 \sigma_2} \quad (۴)$$

- ۳۰- در شکل زیر، بر روی صفحه‌ای نامحدود، به ضخامت ناچیز و رسانایی ویژه σ ، جریانی با چگالی $\mathbf{J} = J_0 \hat{\mathbf{a}}_y \left(\frac{A}{m} \right)$ عبور می‌کند. در صورتی که حفره‌ای به قطر $2a$ در این صفحه ایجاد شود، در مختصات استوانه‌ای (ρ, φ, z) توزیع پتانسیل روی صفحه، کدام است؟ مرکز حفره منطبق بر مبدأ مختصات و صفحه رسانا در صفحه xy است.

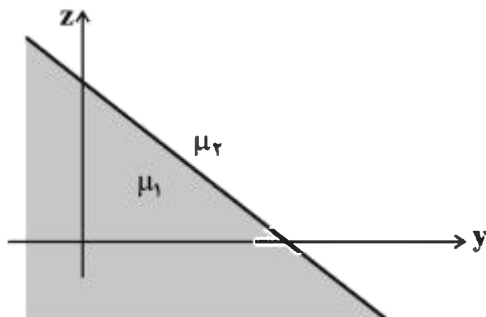


$$\begin{aligned} (1) & \frac{J_0}{\sigma} \left(a - \frac{\rho^2}{a} \right) \sin \varphi \\ (2) & -\frac{J_0}{\sigma} \left(\rho - \frac{a^2}{\rho} \right) \sin \varphi \\ (3) & -\frac{J_0}{\sigma} \left(\rho + \frac{a^2}{\rho} \right) \sin \varphi \\ (4) & -\frac{J_0}{\sigma} \left(a + \frac{\rho^2}{a} \right) \sin \varphi \end{aligned}$$

- ۳۱- نیمی از فضا با یک ماده رسانا با مشخصات $\sigma = \sigma_0 \sin^2 \theta \left(\frac{S}{m} \right)$ و $\epsilon = \epsilon_0$ ، $\left(\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ در مختصات کروی پر شده و نیم دیگر $\left(\frac{\pi}{2} < \theta < \pi \right)$ فضای آزاد است. یک الکترون رسانای کامل کروی به شعاع a و به مرکز مبدأ مختصات بین این دو نیم فضا قرار گرفته است: به نحوی که دقیقاً نیمی از آن درون رسانا است. اگر بار آزاد Q به الکترون تزریق شود، چه مدت طول می‌کشد تا بار کل الکترون به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه کاهش یابد؟

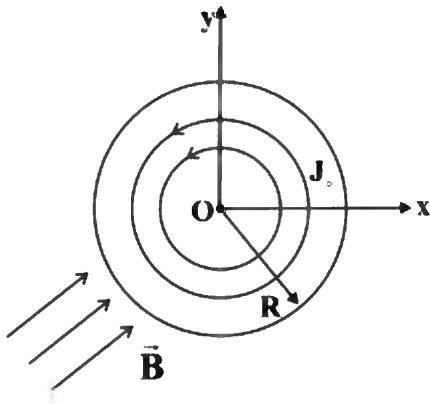
$$\begin{aligned} (1) & \frac{2\epsilon_0}{2\sigma_0} \\ (2) & \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} \\ (3) & 3 \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} \\ (4) & \frac{\epsilon_0}{2\sigma_0} \end{aligned}$$

- ۳۲- صفحه $y+z=1$ مرز دو ناحیه با تراوایی $\mu_1 = 4\mu_0$ و $\mu_2 = 6\mu_0$ است. اگر در ناحیه ۱، $\vec{B}_1 = 2\hat{x} + \hat{y}$ باشد، میدان مغناطیسی در ناحیه ۲ کدام است؟



$$\begin{aligned} (1) & 3\hat{x} + \frac{1}{4}\hat{y} - \frac{5}{4}\hat{z} \\ (2) & \frac{1}{2}\hat{y} + \frac{1}{2}\hat{z} \\ (3) & 3\hat{x} + \frac{3}{4}\hat{y} - \frac{3}{4}\hat{z} \\ (4) & 3\hat{x} + \frac{5}{4}\hat{y} - \frac{1}{4}\hat{z} \end{aligned}$$

۳۳- روی قرص $0 \leq r \leq R$ و $0 \leq \phi \leq 2\pi$ واقع در صفحه xOy (مانند شکل زیر) جریان سطحی با چگالی یکنواخت $\vec{J}_s = J_0 \hat{\phi} \left(\frac{A}{m} \right)$ جاری است؛ و در میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = B_0 (\hat{x} + \hat{y})$ قرار دارد. گشتاور نیروی وارد بر قرص چقدر است؟



$$(1) \quad \frac{1}{2} \pi B_0 J_0 R^2 (\hat{y} - \hat{x})$$

$$(2) \quad \pi B_0 J_0 R (\hat{y} + \hat{x})$$

$$(3) \quad \pi B_0 J_0 R^2 (\hat{y} + \hat{x})$$

$$(4) \quad \frac{1}{3} \pi B_0 J_0 R^2 (\hat{y} - \hat{x})$$

۳۴- در فضای آزاد، ناحیه $|z| < \frac{h}{2}$ در دستگاه دکارتی با قطبش مغناطیسی ثابت $\vec{M} = M_0 (\hat{z} + \hat{x})$ پر شده است. در ناحیه $h < z < h + d$ نیز یک ماده مغناطیسی با تراوایی نسبی μ_r قرار گرفته است. چگالی شار مغناطیسی در $z = 0$ و چگالی انرژی مغناطیسی ذخیره شده در $z = h + \frac{d}{2}$ کدام است؟

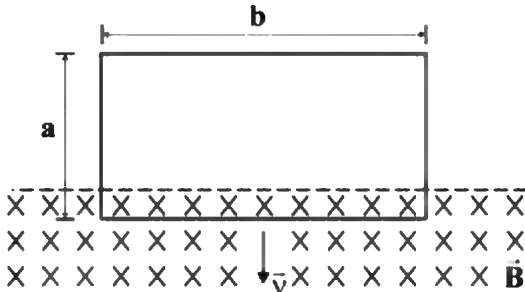
$$(1) \quad \frac{1}{2} \mu_r \mu_0 M_0^2 \text{ و } \mu_0 M_0 \hat{x}$$

$$(2) \quad \mu_0 M_0 \hat{z} \text{ و } \circ$$

$$(3) \quad \circ \text{ و } \circ$$

$$(4) \quad \mu_0 M_0 \hat{x} \text{ و } \circ$$

۳۵- حلقه‌ای مستطیلی به ابعاد a و b و با مقاومت الکتریکی R مطابق شکل با سرعت $\vec{v}$ در میدان مغناطیسی حرکت می‌کند. چگالی شار مغناطیسی $\vec{B}$ عمود بر سطح سیم‌پیچ است. با چشم‌پوشی از خودالقایی حلقه، نیروی وارد بر حلقه برابر کدام خواهد بود؟



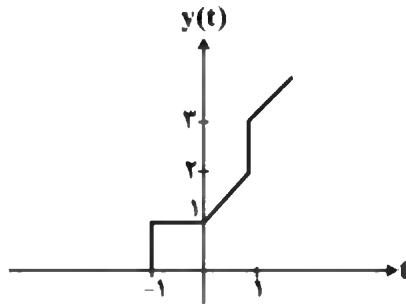
$$(1) \quad \frac{-2 \vec{v} b^2 B^2}{R}$$

$$(2) \quad \frac{2 \vec{v} b^2 B^2}{R}$$

$$(3) \quad \frac{-\vec{v} b^2 B^2}{R}$$

$$(4) \quad \frac{\vec{v} b^2 B^2}{R}$$

۳۶- پاسخ یک سیستم LTI به ورودی $tu(t)$ در شکل زیر ارائه شده است. در مورد پاسخ فرکانسی این سیستم، کدام گزینه می‌تواند صحیح باشد؟



(۱) $|H(\infty)| = \infty$

(۲) $|H(\infty)| = 2$

(۳) $|H(j\frac{\pi}{2})| = 1$

(۴) $|H(j\frac{\pi}{2})| = \infty$

۳۷- سیستمی با رابطه ورودی خروجی زیر تعریف شده است که در آن α مقدار ثابت و معلوم است.

$$y(t) = \int_t^{t+\alpha} x(T - \alpha) dT$$

گزینه درست در مورد این سیستم، کدام است؟ این سیستم:

(۱) معکوس‌پذیر نیست و برای برخی مقادیر α علی است.

(۲) معکوس‌پذیر و به ازای برخی مقادیر α غیرعلی است.

(۳) معکوس‌پذیر و علی نیست.

(۴) معکوس‌پذیر و علی است.

۳۸- پاسخ ضربه یک سیستم LTI به صورت $h(t) = e^t$ است. خروجی آن $(y(t))$ به ازای $x(t) = u(t+1)$ برابر کدام است؟

(۱) $e^{t+1}u(t+1)$

(۲) $e^{t-1}u(t-1)$

(۳) e^{t-1}

(۴) e^{t-1}

۳۹- تبدیل لاپلاس یک سیستم LTI پیوسته به صورت $H(s) = \frac{k(s-1)}{s^2 + 3s + 2}$ مفروض است. با فرض

حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟ $\int_{-\infty}^{\infty} h(t) dt = \frac{-1}{2}$ ، $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dh(t)}{dt} e^{3t} dt$

(۱) -۶

(۲) ۰

(۳) ۱۲

(۴) ∞

۴۰- $x(t)$ سیگنال زمان پیوسته و $T > 0$ است. اگر $x(t)$ دارای تبدیل فوریه $X(j\omega)$ باشد، در آن صورت:

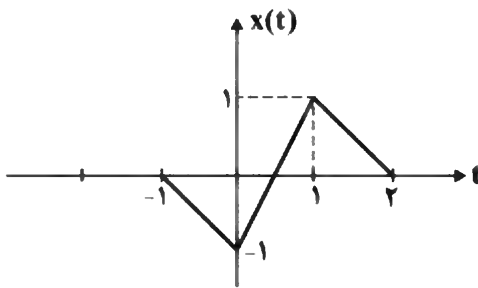
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |X(j\frac{2\pi n}{T})|^2 = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(nT)|^2 \quad (۱)$$

$$T \sum_{n=-\infty}^{\infty} |X(j\frac{2\pi n}{T})|^2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 \quad (۲)$$

$$T \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\frac{2\pi n}{T}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \quad (۳)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X(j\frac{2\pi n}{T}) = T \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT) \quad (۴)$$

۴۱- تبدیل فوریه سیگنال ارائه شده در شکل زیر، کدام است؟



$$e^{-j\pi f} \text{sinc}^2(f) \sin(\frac{\pi f}{4}) \quad (۱)$$

$$-2je^{-j\pi f} \text{sinc}^2(f) \sin(\pi f) \quad (۲)$$

$$e^{-j\pi f} \text{sinc}^2(f) \sin(\frac{\pi f}{2}) \quad (۳)$$

$$je^{-j\pi f} \text{sinc}^2(\frac{f}{4}) \sin(\pi f) \quad (۴)$$

۴۲- اگر پایداری ورودی - کراندار، خروجی - کراندار (BIBO) و خاصیت کراندار بودن انرژی پاسخ ضربه در یک سیستم LTI را، به ترتیب، با نمادهای S و E نشان دهیم، کدام گزینه برای سیستم LTI زمان گسسته صادق است؟

(۱) برقراری S شرط کافی برای برقراری E است.

(۲) برقراری S شرط لازم و کافی برای برقراری E است.

(۳) برقراری E شرط کافی برای برقراری S است.

(۴) برقراری E شرط لازم و کافی برای برقراری S است.

$$H(z) = \frac{1 + \frac{1}{4}z^{-1} - \frac{3}{8}z^{-2}}{z^{-1}(1 + \frac{1}{4}z^{-1})(1 - \frac{3}{8}z^{-1})} \quad \text{در مورد سیستم روبه‌رو، کدام گزینه صحیح است؟} \quad (۴۳)$$

(۱) اگر سیستم پایدار باشد، غیرعلی است.

(۲) اگر سیستم ناپایدار باشد، علی است.

(۳) اگر سیستم پایدار باشد، علی است.

(۴) سیستم همواره پایدار است.

۴۴- سیگنال $x[n]$ یک سیگنال پریودیک با دوره تناوب ۶ است که برای آن رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{1}{3}a_k^2 + a_k^2 a_{k-3} + a_k a_{k-3}^2 + \frac{1}{3}a_{k-3}^2 = 0$$

سیگنال $y[n] = \sin(\frac{n\pi}{3})x[n-1]$ از روی سیگنال $x[n]$ ساخته شده است. ضرایب سری فوریه سیگنال $y[n]$

کدام است؟

$$a_k e^{-\frac{j2\pi k}{6}} \quad (۱)$$

○ (۲)

$$a_k e^{-\frac{j4\pi k}{6}} \quad (۳)$$

$$a_k e^{-j\pi k} \quad (۴)$$

۴۵- اگر داشته باشیم $Y(z) = X(a^{-1}z) + X(2a^{-1}z) + X(4a^{-1}z) + X(8a^{-1}z) + \dots$ ، حاصل $y[1]y[2]$ ، کدام است؟

$$\frac{16}{3} x[1]x[2]a^2 \quad (۱)$$

$$\frac{16}{9} x[1]x[2]a^2 \quad (۲)$$

$$\frac{8}{3} x[1]x[2]a^2 \quad (۳)$$

$$\frac{4}{3} x[1]x[2]a^2 \quad (۴)$$

